

Ejercicio 1.7

Ord. 2020 – Madrid

Mates CCSS II

Matriz inversa

Ecuaciones
matriciales**B.1.** (2 puntos)Se considera la matriz A dada por

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule el valor del parámetro real m para que $A^2 - 5A = -4I$, siendo I la matriz identidad.
 b) Para $m = 1$, indique si la matriz A es invertible y, en caso afirmativo, calcule su inversa.

a) $A^2 - 5A = -4I$

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & m+1 & 10 \\ 0 & m^2 & 0 \\ 5 & -1-m & 6 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5A = 5 \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & m & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 5 & 10 \\ 0 & 5m & 0 \\ 5 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$-4 \cdot I = -4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - 5A = -4I \Rightarrow \begin{pmatrix} 11 & m+1 & 10 \\ 0 & m^2 & 0 \\ 5 & -1-m & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 & 5 & 10 \\ 0 & 5m & 0 \\ 5 & -5 & 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$A^2 \qquad 5A \qquad -4I$

$$\begin{pmatrix} -4 & m-4 & 0 \\ 0 & m^2-5m & 0 \\ 0 & 4-m & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$

$A^2 - 5A \qquad -4I$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$m-4 = 0 \longrightarrow \boxed{m=4}$$

$$m^2 - 5m = -4 \Rightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 ; m = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2}$$

$$4-m = 0 \longrightarrow \boxed{m=4}$$

$$\boxed{m=4}$$

$$m \neq 1$$

Para que $A^2 - 5A = -4I$ se tiene que cumplir que $m = 4$